



علی سهرابی

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: میان نوبت

۱) عددی را بیابید که اگر به چهار برابر آن، ۵ واحد اضافه شود و عدد به دست آمده را بر ۲ تقسیم کنیم، حاصل برابر ۱۰ شود.

۲) عددی را بیابید که اگر از ۵ برابر آن، ۳۰ واحد کم کنیم حاصل برابر ۲۰ شود.

۳) به ازای چه مقداری از k معادله $2x^2 + 5x + k - 2 = 0$ دارای ریشه مضاعف است؟

۴) معادله زیر را حل کنید.

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

۵) به ازای چه مقدار m معادله $mx^2 - 3x + 2x^2 - 4 = 0$ ریشه حقیقی ندارد؟

۶) حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $\sqrt{5}x^2 + \sqrt{3}x - 7 = 0$ کدام است؟

۷) اگر یکی از جواب‌های معادله $2x^2 - ax + 28 = 0$ برابر ۴ باشد، جواب دیگر این معادله چیست؟

۸) معادله زیر را به روش دلتا حل کنید.

$$7x^2 - 4x - 3 = 0$$

۹) به ازای چه مقداری از m مجموع ریشه‌های معادله $(m+3)x^2 - 6x - 1 = 0$ برابر ۲ می‌شود؟

۱۰) برای حل معادله درجه دوم $3x^2 - 5x - 1 = 0$ به روش مربع کامل کردن، وقتی ضریب x^2 یک باشد به دو طرف معادله کدام عدد باید اضافه شود؟

۱۱) معادله‌های زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

۱) $x^2 - 4x + 3 = 0$

۲) $x^2 + 6x + 5 = 0$

۱۲) معادله‌های درجه دوم زیر را به روش تشکیل مربع کامل حل کنید.

الف

$$9x^2 + 3x - 2 = 0$$

ب

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

۱۳) در حل معادلات زیر به روش مربع کامل کردن، جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف

$$x^2 - 5x = -4$$

$$x^2 - 5x + \dots = -4 + \dots$$

$$(x - \dots)^2 = \dots \rightarrow x - \dots = \dots \begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases}$$



ب

$$3x^2 - 5x = 2$$

$$x^2 - \dots x = \frac{2}{\dots}$$

$$x^2 - \dots x + \dots = \frac{2}{\dots} + \dots$$

$$(x - \dots)^2 = \dots \rightarrow x - \dots = \dots \begin{cases} \nearrow x = \dots \\ \searrow x = \dots \end{cases}$$

۱۴) معادله‌های زیر را حل کنید.

الف

$$x^2 - 2x^2 = 0$$

ب

$$2x^2 - 8x = 0$$

پ

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

ت

$$x^2 = 5 - x^2$$



پاسخنامه تشریحی

۱ عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم؛

$$\frac{4x+5}{2} = 10 \xrightarrow{\times 2} 4x+5 = 20 \Rightarrow 4x = 15$$

$$\rightarrow x = \frac{15}{4}$$

۲ ابتدا باید صورت ریاضی مسئله داده‌شده را بنویسیم.

$5x \Leftarrow$ برابر عدد یعنی

$30 \Leftarrow$ واحد کم کنیم یعنی -30

$$5x - 30 = 20 \Rightarrow 5x = 20 + 30 = 50$$

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

۳

$$2x^2 + 5x + k - 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 25 - 4(2)(k-2) = 0 \rightarrow 25 - 8k + 16 = 0$$

$$\rightarrow -8k = -41 \rightarrow k = \frac{41}{8}$$

۴ ابتدا ضرایب معادله را مشخص می‌کنیم.

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4(2)(3) = 49 - 24 = 25$$

$\Delta > 0 \Leftarrow$ بنابراین ۲ جواب دارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm 5}{2 \times 2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۵

$$x^2(m+2) - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a = m+2 \\ b = -3 \\ c = -4 \end{cases}$$

شرط نداشتن جواب حقیقی معادله درجه دوم برابر است با: $\Delta < 0$

$$b^2 - 4ac < 0 \rightarrow (-3)^2 - 4(m+2)(-4) < 0 \rightarrow 9 + 16(m+2) < 0$$

$$9 + 16m + 32 < 0 \rightarrow 16m < -41 \rightarrow m < \frac{-41}{16}$$

۶

$$\sqrt{5}x^2 + \sqrt{3}x - 7 = 0 \xrightarrow{\text{فرم استاندارد}} \begin{cases} a = \sqrt{5} \\ b = \sqrt{3} \\ c = -7 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{-7}{\sqrt{5}} = \frac{-7 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{-7\sqrt{5}}{5}$$

۷

$$2x^2 - ax + 28 = 0 \xrightarrow{\text{اگر یکی از جوابها ۴ باشد}} x = -4 \rightarrow 2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \rightarrow a = -15$$

$$2x^2 + 15x + 28 = 0 \rightarrow \Delta = 1 > 0$$

$$x = \frac{-15 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = \frac{-7}{2} \end{cases} \text{ریشه مطلوب}$$



۸ ابتدا هریک از ضرایب معادله را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} a = 7 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 16 - 4(7)(-3) = 16 + 84 = 100$$

چون $\Delta > 0$ بنابراین معادله دو ریشه دارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{100}}{2(7)} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+10}{14} = \frac{14}{14} = 1 \\ x_2 = \frac{4-10}{14} = \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7} \end{cases}$$

۹ مجموع ریشه‌ها در معادله درجه دو مساوی $-\frac{b}{a}$ است:

$$2 = \frac{-(-6)}{m+3} \rightarrow 2m+6=6 \rightarrow \boxed{m=0}$$

۱۰

$$3x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 - 5x = 1 \rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}$$

در روش مربع کامل کردن مقداری که به دو طرف باید اضافه شود برابر است با:

$$\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \left(\frac{-5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

۱۱

$$1) x^2 - 4x = -3 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = -3 + 4$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 4-3 \rightarrow (x-2)^2 = 1 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x-2 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ \text{یا} \\ x=1 \end{cases}$$

$$2) x^2 + 6x = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} (x+3) = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ \text{یا} \\ x=-5 \end{cases}$$

۱۲

الف

$$9x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow 9x^2 + 3x = 2 \xrightarrow{\div 9} \frac{9x^2}{9} + \frac{3x}{9} = \frac{2}{9} = x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{2}{9} \xrightarrow{\left(\frac{1}{6}\right)^2} x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \left(x + \frac{1}{6}\right) = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ x - \frac{1}{6} = -\frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

ب

در حل اتحادها به روش مربع کامل $\left(\frac{1}{p}\right)^2$ را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 6x = -9 \xrightarrow{+\left(\frac{1}{2}\right)^2} x^2 + 6x + 9 = -9 + 9$$

$$(x+3)^2 = 0 \rightarrow x+3=0 \rightarrow x=-3$$

۱۳

الف در روش مربع کامل کردن، نصف ضریب x را به دست می‌آوریم و به توان دو می‌رسانیم و به طرفین اضافه می‌کنیم. عبارات را به صورت اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌نویسیم سپس از طرفین ریشه‌گیری می‌کنیم.

$$x^2 - 5x = -4$$

$$x \text{ نصف ضریب } = -\frac{5}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

حال عدد $\frac{25}{4}$ را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = -4 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{-16 + 25}{4} = \frac{9}{4}$$

سپس ریشه‌گیری می‌کنیم:



$$\rightarrow x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \begin{cases} x = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

ب ابتدا باید ضریب x^2 ، ۱ شود پس طرفین معادله را بر ۳ تقسیم می‌کنیم و سپس مراحل بعدی را ادامه می‌دهیم.

$$3x^2 - 5x = 2 \rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{2}{3}$$

$$x \text{ نصف ضریب } x = \frac{\frac{5}{3}}{2} = \frac{5}{6} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{25}{36}$$

$$\rightarrow x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{25}{36} = \frac{2}{3} + \frac{25}{36} \rightarrow (x - \frac{5}{6})^2 = \frac{2}{3} + \frac{25}{36} = \frac{24 + 25}{36} = \frac{49}{36} \rightarrow x - \frac{5}{6} = \pm \frac{7}{6}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - \frac{5}{6} = \frac{7}{6} \rightarrow x = \frac{7}{6} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 2 \\ x - \frac{5}{6} = -\frac{7}{6} \rightarrow x = -\frac{7}{6} + \frac{5}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۴

الف

$$x^4 - 2x^2 = 0 \xrightarrow{\text{از } x^2 \text{ فاکتور می‌گیریم}} x^2(x^2 - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

ب

$$2x^2 - 8x = 0 \xrightarrow{\text{از } 2x \text{ فاکتور می‌گیریم}} 2x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

پ

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x - 2)(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

ت

$$x^2 = 5 - x^2 \rightarrow x^2 + x^2 = 5 \rightarrow 2x^2 = 5 \rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$